

研究论文

黏弹性流体基纳米流体流变学特性

阳倦成, 徐鸿鹏, 李凤臣

(哈尔滨工业大学能源科学与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 黏弹性流体基纳米流体 (viscoelastic fluid based nanofluid, VFBN) 是一种具有湍流减阻和对流换热相对强化特性的新型换热工质, 其湍流减阻机理与流变学特性关系密切。通过对以 2.5×10^{-3} 、 5×10^{-3} 、 1×10^{-2} 三种质量分数的十六烷基三甲基氯化铵/水杨酸钠水溶液为基液, 粒子体积分数为 0.1%、0.25%、0.5%、1.0% 的铜纳米流体的剪切黏度、零剪切黏度以及松弛时间的测量, 实验结果表明 VFBN 有明显的剪切稀变特性, 同时纳米粒子的添加增大了基液的零剪切黏度, 并导致基液黏弹性增强。以 Giesekus 本构模型为理论基础, 利用实验参数得到了描述 VFBN 剪切黏度的实验关联式。

关键词: 纳米流体; 黏弹性流体; 界面流变学; 剪切黏度实验关联式; 纳米粒子; 黏度

DOI: 10.3969/j.issn.0438-1157.2014.z1.032

中图分类号: O 373

文献标志码: A

文章编号: 0438—1157(2014)S1—199—07

Rheological properties of viscoelastic fluid based nanofluid

YANG Juancheng, XU Hongpeng, LI Fengchen

(School of Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, Heilongjiang, China)

Abstract: Viscoelastic fluid based nanofluid (VFBN) takes the advantages of turbulent drag reduction and convective heat transfer enhancement. Rheological properties of viscoelastic fluid are related with the mechanism of turbulent drag reduction. In order to get the rheology properties of VFBN, the VFBN with aqueous solution of cetyltrimethylammonium chloride/sodium salicylate as viscoelastic base fluid and copper nanoparticles as suspended nanoparticles was prepared. The mass fraction of viscoelastic fluids are 2.5×10^{-3} , 5×10^{-3} and 1×10^{-2} , and the corresponding volume fraction of copper (spherical) nanoparticles are 0.1%, 0.25%, 0.5% and 1.0%, respectively. Experimental results indicate that VFBN shows obvious shear-thinning characteristics, the suspended nanoparticles can increase the zero-shear viscosity and enhance the viscoelasticity of base fluid. Based on the Giesekus constitutive equation, fitted correlations for the measured shear viscosity of VFBN have been obtained by modifying some experimental parameters.

Key words: nanofluid; viscoelastic fluid; interfacial rheology; experimental correlations of shear viscosity; nanoparticles; viscosity

2014-02-10 收到初稿, 2014-02-24 收到修改稿。

联系人: 李凤臣。第一作者: 阳倦成 (1985—), 男, 博士研究生, 博士后。

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51076036); 国家自然科学基金委创新研究群体 (51121004); 哈尔滨工业大学基础研究杰出人才培养计划项目 (HIT. BRET1.2010008)。

Received date: 2014-02-10.

Corresponding author: Prof. LI Fengchen, lifch@hit.edu.cn

Foundation item: supported by the National Natural Science Foundation of China (51076036), the Foundation for Innovative Research Groups of the National Natural Science Foundation of China (51121004) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (HIT. BRET1.2010008).

引 言

使用具有黏弹性的表面活性剂溶液作为流动工质,可大幅度减小管道中湍流的流动阻力,但同时会导致对流换热恶化,而纳米流体在强化对流换热的同时又导致了流动阻力的增大。若将二者的优势结合,配制一种特殊的流体,使其既具有黏弹性又有纳米流体性质,那么这种流体可能具有湍流减阻和强化对流换热的双重效应,这无疑会是传热学领域的一种新型的流动换热工质。Li 等^[1-4]以十六烷基三甲基氯化铵(CTAC)/水杨酸钠(NaSal)的水溶液为基液,以铜、碳纳米管为纳米粒子,成功配制成了黏弹性流体基纳米流体(viscoelastic fluid based nanofluid, VFBN),并对其热导率、黏度、传热特性和流动特性进行了一系列的实验研究,获得了 VFBN 的湍流减阻和对流换热相对强化(相比于黏弹性流体基液)的效果。然而,由于该类流体内部微观结构、体系组分复杂,在流动过程中,其流动阻力与自身的流变学特性有着密切关系,同时,该类流体的数值模拟研究方法也需要构建相关黏度模型来完善对其特性的描述。为了完善对 VFBN 流动与传热特性的认识,本文着重研究该类流体的流变学特性,通过实验测量的手段,建立黏度经验公式,以期 VFBN 的实际应用及其流动与传热特性的理论研究奠定基础。

黏弹性流体作为非牛顿流体的一种,包括高分子聚合物或某些表面活性剂水溶液,该溶液既表现出常规流体的黏性,又表现出固体的弹性,即黏弹性效应^[5]。本研究用到的黏弹性流体为 CTAC/NaSal 水溶液。研究表明表面活性剂水溶液在加入一定比例的盐后,内部能够形成胶束结构,其直径为 5 nm 左右,但长度可以达到 100~1000 nm,并且互相缠绕,形成网状结构,表现出明显的黏弹性^[6-7]。对该类流体的剪切黏度研究表明^[8-9],随着剪切速率的增大,该类流体剪切黏度的变化可分为 4 个阶段:牛顿流体特性区、剪切稀变区、剪切增稠区、剪切再稀化区。剪切增稠是表面活性剂溶液所形成的黏弹性流体所具有的特殊现象,也是区别高分子聚合物溶液所形成的黏弹性流体的一个重要特征。对于表面活性剂溶液的这种特殊流变学性质,也有相应的本构模型进行描述。一般而言,对于超过临界浓度的 CTAC/NaSal 溶液^[10]的黏度特性可采用 Giesekus 模型^[11]进行很好的拟合。

目前针对以黏弹性表面活性剂减阻水溶液为基液的纳米流体的研究还相对较少,现阶段的研究结果表明,该类流体有一定的湍流减阻和对流换热相对强化的效果,表现出非牛顿流体特性。Li 等^[1]对黏弹性流体基铜纳米流体的剪切黏度进行了实验研究,结果表明,铜纳米流体与基液在剪切力的作用下,均发生剪切稀释的现象,并且随着温度的升高,黏度下降,随着纳米粒子体积分数的增大,纳米流体黏度上升。Nettesheim 等^[12]将直径为 30 nm 带正电荷的硅粒子加入阳离子表面活性剂十六烷基三甲基溴化铵和硝酸钠溶液(一种具有黏弹性的蠕虫状胶束结构溶液)中,并对其黏度进行测量,实验结果表明,溶液的黏性和弹性均增大,纳米粒子的加入增大了基液的零剪切黏度、最长松弛时间以及储能模量,并推测纳米粒子与胶束网格的紧密作用是产生该现象的重要原因。

本文主要研究以铜纳米粒子配制的 VFBN 的流变学特性,主要包括剪切黏度、零剪切黏度、松弛时间等参数,研究纳米粒子与黏弹性基液的相互作用,同时得到描述其剪切黏度的实验关联式。

1 实验系统及方法

1.1 实验装置

本研究所用实验装置如图 1 所示。VFBN 流变学特性由旋转流变仪(英国马尔文公司 Kinexus 流变仪)测得,该流变仪扭矩精度可达 0.1 nN·m,扭矩变化范围为 0.05 $\mu\text{N}\cdot\text{m}$ ~200 mN·m。选用控制剪切速率形式,主要应用锥板测量单元,其测量头上板为锥板,下板为平板,锥板直径为 40 mm,角度为 4°。流体被置于锥板与平板之间的空隙中,上下板的最小间隙控制为 0.15 mm,上锥板旋转,下平板固定不动,赋予被测流体剪切力,形成稳态剪切流,剪切速率扫描范围为 0.1~100 s^{-1} ,实验流体温度由水浴准确控制在 20℃。在剪切黏度测量过程中,单点测量时间为 120 s。零剪切黏度用于流体静态结果的分析,利用剪切黏度曲线外推计算得到,松弛时间利用频率扫描实验测量得到^[13]。

1.2 实验流体

本文使用两步法^[14]配制 VFBN,选用的基液为具有黏弹性的 CTAC/NaSal 水溶液,CTAC 和 NaSal 的质量比为 1:1,物质的量比为 1:2。在纳米粒子的选取上,由于金属铜(Cu)粒子所配

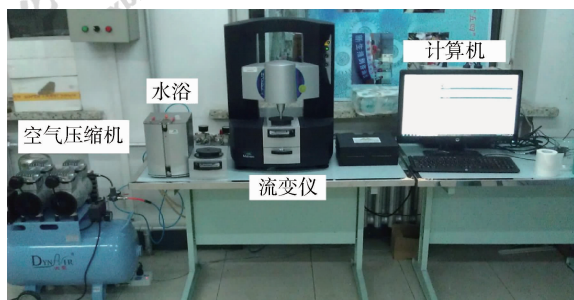


图 1 实验系统

Fig. 1 Experimental system

制的纳米流体具有很好的强化换热性能^[15-16]，并且价格相对低廉，故本文选取铜纳米粒子。为了保证 VFBN 物理性状的稳定以及良好的分散效果，本文在实际配制过程采取了如下措施。首先，将一定量的纳米粒子加入一定浓度的 CTAC 溶液中并进行超声波振荡 1 h，充分利用 CTAC 本身作为表面活性剂增强纳米粒子分散效果的作用，保证纳米粒子均匀分散。然而，由于单纯的 CTAC 水溶液并未形成蠕虫状胶束结构，所以超声波不会对其产生破坏，这便充分利用了物理稳定法的优点。第二步，加入与 CTAC 同等质量的 NaSal 并进行缓慢搅拌 4 h（为了促进混合，可预先将 NaSal 溶解在少量水中），NaSal 能够促进溶液内胶束结构的迅速生长、缠绕，形成本文所需要的稳定的 VFBN。由于在胶束生成的过程中，纳米粒子已经充分分散在基液当中，所以纳米粒子能够充分参与胶束结构的生成，并嵌入其中，保证了纳米流体的稳定性。最终形成的 VFBN 中未添加任何其他稳定剂，仅通过纳米粒子与胶束结构的充分结合，就达到了稳定的目的。从直观的角度看，配制的 VFBN 具有明显的黏弹性流体特性，如弹性回旋效应等。

2 实验结果与讨论

2.1 基液的黏度实验结果及分析

测量了 3 种不同浓度基液的剪切黏度，得到剪切黏度曲线如图 2 所示，从剪切黏度曲线可知，黏弹性表面活性剂溶液基液存在明显的牛顿流体特性区、剪切稀变区以及剪切增稠区。从定性上分析，VFBN 的主体为基液，纳米粒子的添加量相对较少，故纳米流体的宏观表现为基液的性质。

表面活性剂以及部分聚合物溶液所配制的黏弹性流体，其黏度与浓度满足幂律法则，利用外推计

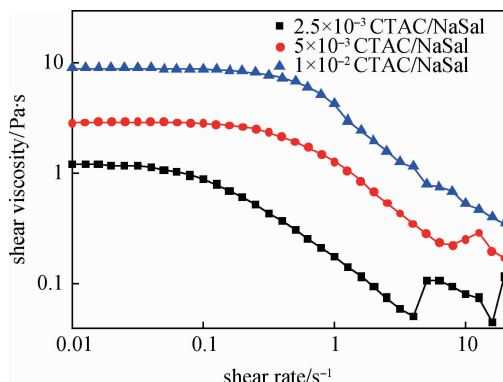


图 2 不同浓度基液的剪切黏度随剪切率的变化

Fig. 2 Shear viscosity of base fluid with different mass fraction

算，得到不同浓度基液的零剪切黏度（低浓度时参考 Wei 等^[17]实验数据），并利用最小二乘法^[18]进行拟合，所得结果如图 3 所示。最终得到 CTAC/NaSal 水溶液的零剪切黏度与浓度 c_m 的关系

$$\eta_0 = 2.22 \times 10^{-5} c_m^{1.4} \quad (1)$$

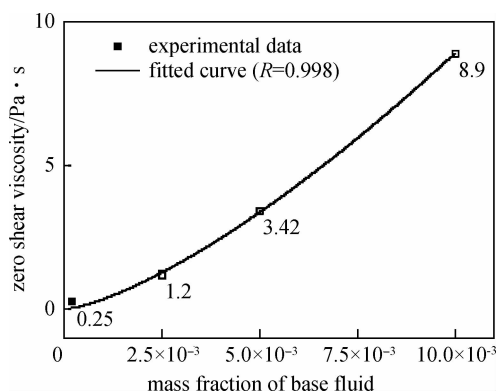


图 3 零剪切黏度与基液浓度的关系

Fig. 3 Relationship between base fluid with different mass fraction and zero shear viscosity

2.2 VFBN 实验结果及分析

2.2.1 剪切黏度实验结果及分析 对于 VFBN，图 4 和图 5 给出了两种基液浓度下的剪切黏度实验结果。由图 4 和图 5 可见，VFBN 的剪切黏度随剪切率的变化关系主要由基液浓度决定，纳米粒子的加入增大了在低剪切率下的黏度，这与目前广泛研究的牛顿流体基液所配制的纳米流体表现出相似的规律。而在发生剪切稀变过程中，由于更强烈的布朗运动，纳米粒子会加剧流体微团的剪切作用，导致流体黏度迅速下降，同时在更小的剪切速率下形

成诱导结构, 导致剪切增稠, 说明纳米粒子既能在静态条件下与基液微观结构相结合, 增大零剪切黏度, 保持流体性状的稳定, 又能在动态环境下降低基液黏度。

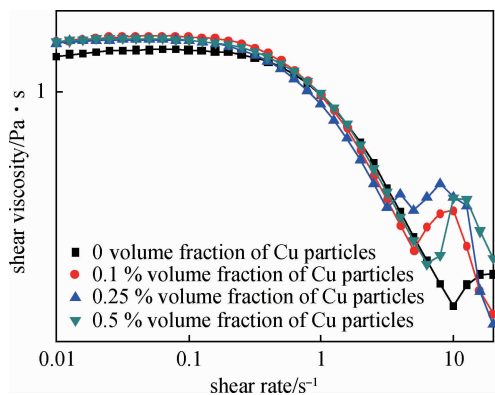


图 4 质量分数为 5×10^{-3} 基液的 VFBN 剪切黏度曲线

Fig. 4 Shear viscosity results of VFBN with mass fraction of 5×10^{-3}

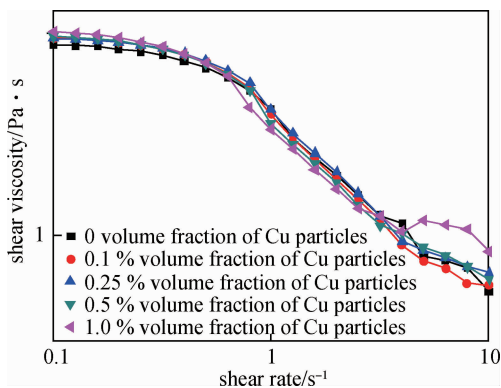


图 5 质量分数为 1×10^{-2} 基液的 VFBN 剪切黏度曲线

Fig. 5 Shear viscosity results of VFBN with mass fraction of 1×10^{-2}

零剪切黏度表征在流体的内部微观结构未受到外界应力作用状态下的黏度, 与流体内部结构和分子间的相互作用相关。如图 6、图 7 所示, 实验结果表明, VFBN 的零剪切黏度与纳米粒子的体积分数 (c_n) 有关, 在低温工况下, 零剪切黏度随纳米粒子体积分数上升而上升, 但是随着温度升高, 该现象消失, 说明在温度升高后, 随着分子活性的增大, 纳米粒子的粒子效应相对减弱, 或是由于纳米粒子对于黏弹性流体胶束结构的影响减弱。

将零剪切黏度与纳米粒子体积分数的关系进行

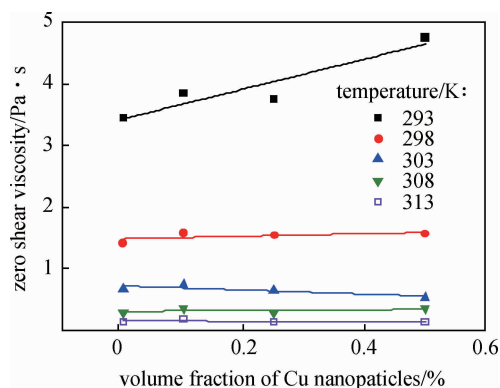


图 6 基液质量分数为 5×10^{-3} 的 VFBN 零剪切黏度随纳米粒子体积分数和温度的变化

Fig. 6 Relationship between zero shear viscosity and volume fraction of Cu nanoparticles, temperature when mass fraction of base fluid is 5×10^{-3}

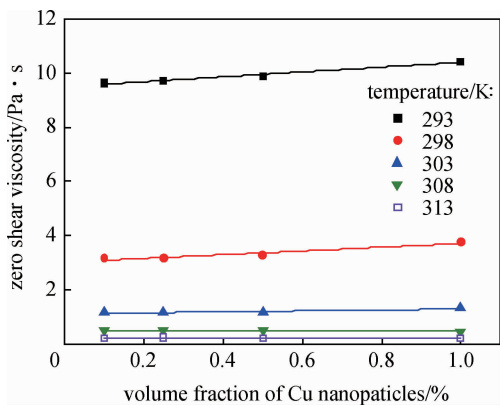


图 7 基液质量分数为 1×10^{-2} 的 VFBN 零剪切黏度随纳米粒子体积分数和温度的变化

Fig. 7 Relationship between zero shear viscosity and volume fraction of Cu nanoparticles, temperature when mass fraction of base fluid is 1×10^{-2}

线性拟合, 从拟合曲线可以发现, 纳米粒子浓度对零剪切黏度主要体现在温度较低情况 (293 K), 并且呈现出很好的线性规律, 结合描述悬浮体系黏度的 Einstein 模型, 可利用式 (2) 对 VFBN 零剪切黏度与体积分数的关系进行描述。

$$\eta_0 = \eta_{fl}(1 + dc_n) \quad (2)$$

2.2.2 松弛时间的测量结果及分析 通过流变仪的频率扫描模式测定 VFBN 的松弛时间, 测量过程中, 选择控制应变的方式, 应变振幅设定为 10%, 此时所有样品处于线性黏弹区内, 通过频率扫描可以得到流体的 G' , G'' , δ 随角频率的变化关

系。通过比较添加纳米粒子前后的变化，结果表明添加纳米粒子会导致松弛时间的延长，如图 8 所示。同时，图 8 中还给出了拟合结果和实验结果的对比，拟合误差均在 10% 以内。

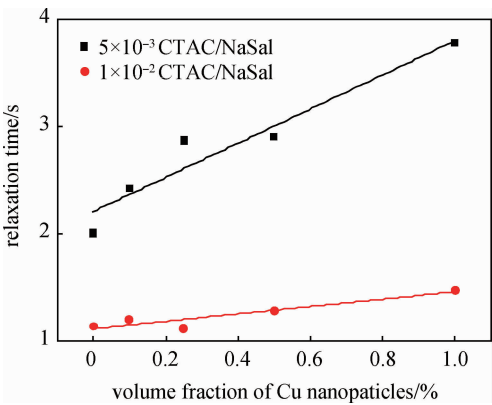


图 8 松弛时间与 c_n 的关系

Fig. 8 Relationships between relaxation time and volume fraction of nanoparticles

根据松弛时间的算法可知，松弛时间变长意味着 VFBN 具有更强的弹性。从微观角度来理解，当微观胶束结构能够传递给纳米粒子能量使其运动后，纳米粒子运动产生的惯量促进了胶束结构的弹性，从而使溶液的弹性增强。而频率扫描实验中得到的弹性模量和黏性模量是溶液宏观黏弹性的表现，弹性的增强导致了两条曲线在角频率更低的时候相交，也就对应着更长的松弛时间。

2.3 实验关联式模型拟合

Giesekus 模型是描述黏弹性流体流变学性质的最简单的连续微分方程^[11]，考虑了流动因素，对具有剪切稀变的黏弹性流体能有较好的模拟效果，在针对表面活性剂配制的黏弹性流体直接数值模拟研究中得到了广泛的应用^[19-21]，很好地再现了溶液中的蠕虫状胶束结构和溶剂的相互作用，解释了其湍流减阻和传热恶化的实验现象。

Giesekus 本构方程为

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_s + \boldsymbol{\tau}_p = \boldsymbol{\tau}_p + \eta_p \dot{\boldsymbol{\gamma}} \tag{3}$$

$$\alpha \frac{\lambda}{\eta_p} \dot{\boldsymbol{\tau}}_p + \boldsymbol{\tau}_p + \lambda \dot{\boldsymbol{\tau}}_p = \eta_p \dot{\boldsymbol{\gamma}} \tag{4}$$

通过忽略溶质对黏弹性的影响对该模型进行简化，则稳态的剪切黏度表达式如下

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{4(1-\alpha)}{\sqrt{f+1}[\sqrt{f+1}+\sqrt{2(1-2\alpha)}]} \tag{5}$$

其中

$$f = \sqrt{1+16\alpha(1-\alpha)\lambda^2\dot{\gamma}^2} \tag{6}$$

以上 Giesekus 模型中的各参数必须要考虑纳米粒子的影响，由上文实验数据可知，VFBN 的松弛时间和零剪切黏度与纳米粒子的体积分数存在明显的线性关系，可利用式 (7)、式 (8) 进行拟合

$$\lambda = a(1+bc_n) \tag{7}$$

$$\eta_0 = \eta_{0f}(1+dc_n) \tag{8}$$

针对本文实验研究的 3 种不同基液浓度的 VFBN，式 (7)、式 (8) 中的系数如表 1 所示。由表可见各个系数与基液的浓度关系明显。

表 1 不同浓度基液参数取值

Table 1 Parameters for base fluid with different mass fraction

Base fluid	a/s	b/s	d	$\eta_{0f}/\text{Pa}\cdot\text{s}$	α
2.5×10^{-3}	8.93	1.25	0.95	1.21	0.30
5×10^{-3}	2.21	0.72	0.7	3.43	0.60
1×10^{-2}	1.11	0.31	0.1	9.51	0.95

综合各个浓度基液得到的实验关联式参数，利用最小二乘法进行数学拟合，主要应用幂律关系和线性关系，拟合结果如图 9 所示。可见，利用上述两种简单的函数关系即可描述各个系数随基液浓度的变化规律，这为实验关联式的进一步简化奠定了基础。

下面给出了各个系数与基液浓度的拟合表达式，最终得到以表面活性剂溶液作为黏弹性基液，以铜纳米粒子配制的黏弹性流体基纳米流体的剪切黏度实验关联式，该实验关联式仅与基液的浓度和粒子的体积分数有关。

$$a = 1.87 \times 10^7 c_m^{-1.86} \tag{9}$$

$$b = 1.6 \times 10^3 c_m^{-0.91} \tag{10}$$

$$d = 1.15 - 8.46 \times 10^{-5} c_m \tag{11}$$

$$\eta_{0f} = 1.17 \times 10^{-5} c_m^{1.48} \tag{12}$$

$$\alpha = 8.07 \times 10^{-4} c_m^{0.77} \tag{13}$$

利用已有的实验数据，质量分数为 1×10^{-2} 基液、Cu 纳米粒子体积分数为 0.1% 的 VFBN 的实验结果和实验关联式计算结果比较如图 10 所示，表明实验关联式计算结果与实验结果相差 $<1\%$ ，说明该模型准确，可以应用于该类流体剪切黏度的计算。

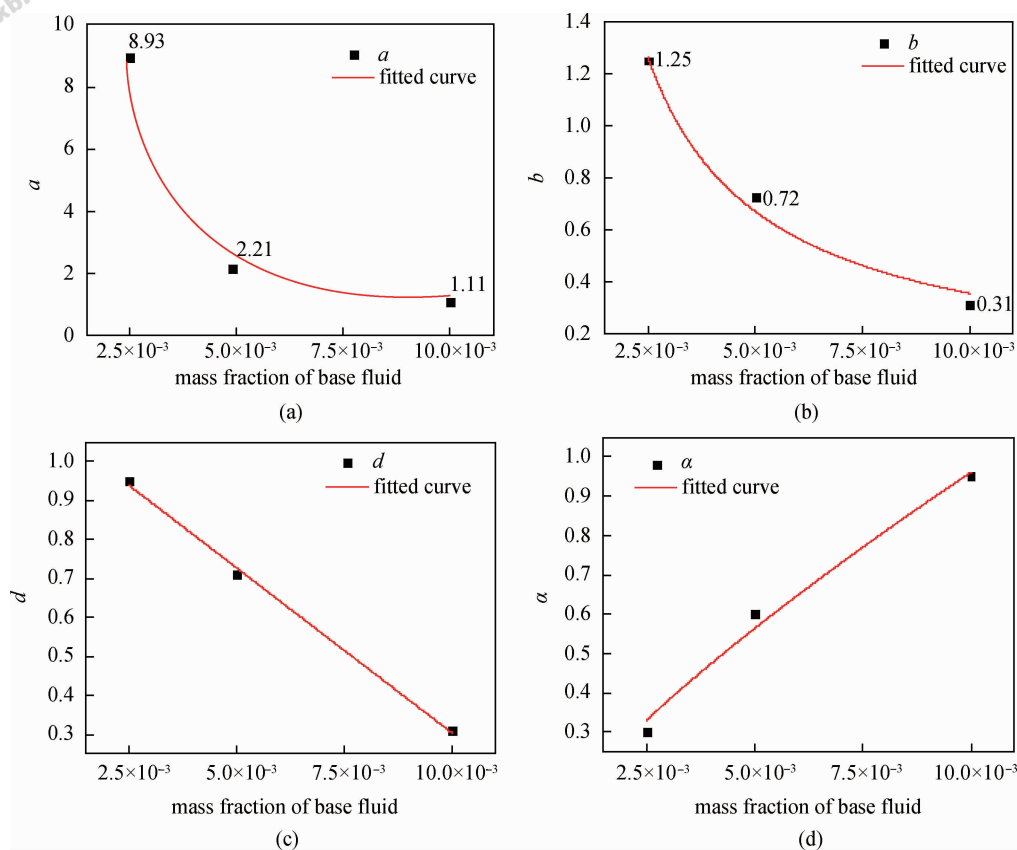


图 9 实验关联式系数与基液浓度的关系

Fig. 9 Relationships between parameters in experimental correlations and mass concentration of base fluid

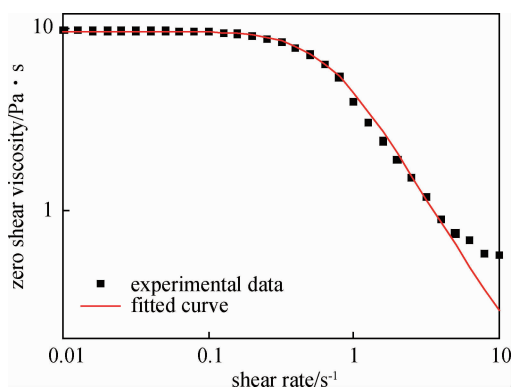


图 10 实验结果与关联式计算结果的比较

Fig. 10 Comparison between experimental data and calculated results by experimental correlations

3 结 论

本文通过实验的手段研究了 VFBN 的剪切黏度变化规律以及纳米粒子对基液黏弹性的影响, 利用测量的实验数据, 在 Giesekus 模型的基础上,

建立了只与基液浓度和纳米粒子体积分数相关的剪切黏度实验关联式。得到以下主要结论:

- (1) 基液决定了该类流体的主要流变学特性, 而纳米粒子的加入增强了基液的黏弹性;
- (2) 基液浓度越大, 纳米流体进入剪切稀变区所对应的剪切率越大, 纳米粒子会导致剪切黏度迅速下降;
- (3) 以 Giesekus 模型为理论基础得到的实验关联式可以准确描述 VFBN 在形成剪切诱导结构之前的剪切黏度曲线, 且仅与纳米粒子的体积分数和基液的浓度有关。

符 号 说 明

- a, b ——实验经验公式参数, s
- c_m ——基液的质量分数, %
- c_n ——纳米粒子的体积分数, %
- d ——实验经验公式参数
- G' ——弹性模量, Pa
- G'' ——黏性模量, Pa
- α ——流动性因子

$\dot{\gamma}$ ——剪切率, s^{-1}
 δ ——相位角, ($^{\circ}$)
 η ——剪切黏度, $Pa \cdot s$
 λ ——松弛时间, s
 τ ——应力, Pa

下角标

bf——基液
 p——溶剂
 s——溶质
 0——溶液的零剪切

References

- [1] Yang J C, Li F C, Zhou W W, He Y R, Jiang B C. Experimental investigation on the thermal conductivity and shear viscosity of viscoelastic-fluid-based nanofluids [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2012 (55): 3160-3166
- [2] Li F C, Yang J C, Zhou W W, He Y R, Huang Y M, Jiang B C. Experimental study on the characteristics of thermal conductivity and shear viscosity of viscoelastic-fluid-based nanofluids containing multiwalled carbon nanotubes [J]. *Thermochimica Acta*, 2013, **556**: 47-53
- [3] Yang J C, Li F C, He Y R, Huang Y M, Jiang B C. Experimental study on the characteristics of heat transfer and flow resistance in turbulent pipe flows of viscoelastic-fluid-based Cu nanofluid [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2013, **62**: 303-313
- [4] Yang J C, Li F C, Xu H P, He Y R, Huang Y M, Jiang B C. Heat transfer performance of viscoelastic-fluid-based nanofluid pipe flow at entrance region [J]. *Experimental Heat Transfer*, 2013. DOI: 10. 1080/08916152. 2013. 821545
- [5] Ferry J D. *Viscoelastic Properties of Polymers* [M]. New York: Wiley, 1980
- [6] Li F C, Yu B, Wei J J, Kawaguchi Y. *Turbulent Drag Reduction by Surfactant Additives* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2011
- [7] Cates M E. Reptation of living polymers: dynamics of entangled polymers in the presence of reversible chain-scission reactions [J]. *Macromolecules*, 1987, **20** (9): 2289-2296
- [8] White A. Flow characteristics of complex soap system [J]. *Nature*, 1967 (214): 323-330
- [9] Qi Y Y, Zakin J L. Chemical and rheological characterization of drag-reducing cationic surfactant systems [J]. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 2002, **41**: 6326-6336
- [10] Kawaguchi Y, Yu B, Feng Z. Rheological characteristics and turbulent friction drag and heat transfer reductions of a very dilute cationic surfactant solution [J]. *Journal of Heat Transfer*, 2006, **128**: 977-983
- [11] Giesekus H. A simple constitutive equation for polymer fluids based on the concept of deformation-dependent tensorial mobility [J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 1982, **11** (1): 69-109
- [12] Nettekheim F, Liberatore M W, Hodgdon T K, Wagner N J, Kaler E W, Vethamuthu M. Influence of nanoparticle addition on the properties of wormlike micellar solutions [J]. *Langmuir*, 2008, **24** (15): 7718-7726
- [13] Gebhard Schramm. *A Practical Approach to Rheology and Rheometry (实用流变测量学: 修订版)* [M]. Zhu Huaijiang (朱怀江), trans. Beijing: Petroleum Industry Press, 2009: 45
- [14] Yang Juancheng (阳倦成). Study on the turbulent flow and heat transfer characteristics of viscoelastic fluid based nanofluid [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2013: 56-58
- [15] Xuan Y, Li Q. Heat transfer enhancement of nanofluids [J]. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 2000, **21** (1): 58-64
- [16] Li Q, Xuan Y, Wang J. Investigation on convective heat transfer and flow features of nanofluids [J]. *Journal of Heat Transfer*, 2003, **125**: 151-155
- [17] Wei J J, Kawaguchi Y, Yu B, et al. Rheological Characteristics and turbulent friction drag and heat transfer reductions of a very dilute cationic surfactant solution [J]. *Journal of Fluids Engineering*, 2006, **128**: 977-983
- [18] Björck Å. Least squares methods [J]. *Handbook of Numerical Analysis*, 1990, **1**: 465-652.3
- [19] Yu B, Kawaguchi Y. Direct numerical simulation of the viscoelastic drag-reducing flow: a faithful finite-difference method [J]. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 2004, **116**: 431-466
- [20] Yu B, Kawaguchi Y. DNS of fully developed turbulent heat transfer of a viscoelastic drag-reducing flow [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2005, **48**: 4569-4578
- [21] Yu Bo (宇波), Wang Yi (王艺), Hou Lei (侯磊), Zhang Jinjun (张劲军). Direct numerical simulation on the drag-reducing flow by surfactant additives at various rheological properties [J]. *Journal of Engineering Thermophysics (工程热物理学报)*, 2007, **28** (3): 469-471